

УДК 539.3

М.А. ЖУРАВКОВ, д-р физ.-мат. наук,  
С.С. ЩЕРБАКОВ, канд. физ.-мат. наук  
Белорусский государственный университет, г. Минск

## ОБЪЕМНАЯ МЕРА ПОВРЕЖДЕННОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ИХ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

*Поврежденность трибофатической системы определяется на основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом. Показано, что такие объемы могут быть вычислены по многим и различным параметрам, характеризующим механическое состояние материала (компоненты, интенсивность, тензор напряжений и др.). Дана классификация мер поврежденности, которые могут быть полезными в разных условиях. Рассмотрены условия деформирования и предложено несколько критериев для ограничения опасных объемов. Приведены методики и результаты расчета опасных объемов и поврежденности при контактном взаимодействии с трением. Даны примеры использования развиваемой концепции для решения практически важных задач.*

**Ключевые слова:** трибофатическая система, поврежденность, опасный объем, контактнoе взаимодействие с трением

**Введение.** Исследование поврежденности конструктивных элементов трибофатических систем типа ролик-вал, ролик-кольцо и др. базируется на статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [1–3]. В рамках данной модели опасные объемы представляют собой области, где напряжения достигают повреждающего уровня — нижней границы рассеивания предела выносливости.

В трибофатической системе, как правило, все шесть независимых компонент тензора напряжений являются ненулевыми. В общем случае предельное состояние (образование микротрещин) в некоторой точке такой системы может быть обусловлено одновременно несколькими различными компонентами. И тогда предел выносливости определяется по каждой компоненте тензора напряжений как экстремальное значение ее распределения при действии предельной нагрузки [1–5].

Процедура расчета опасных объемов предполагает знание трехмерного напряженно-деформированного состояния элементов трибофатической системы, вызванного как локальным контактным, так и объемным нагружением, а также предельного состояния данной системы [2, 4, 5].

В данной работе изложено развитие концепции о мерах объемной повреждаемости в контактной задаче с трением в направлении оценки повреждаемости для существенного трехмерного напряженно-деформированного состояния, вызванного действием как нормальных, так и касательных контактных усилий. Кратко обсуждаются некоторые практические приложения данной концепции.

**Характеристики поврежденности и предельного состояния.** Состояние трибофатической системы в некоторой точке может оцениваться как предельное при достижении (в том числе одновременном) некоторыми компонентами тензора напряжений или деформаций либо удельной потенциальной энергией деформации своих критических значений. Исследуем эту задачу в общей постановке.

Введем в рассмотрение тензор механического параметра  $\varphi_{ij}$ , конкретизациями которого являются тензоры напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $\varepsilon_{ij}$ . При действии на трибофатическую систему предельной нагрузки

$F_{*lim}$  в ее элементах возбуждается, в общем случае, трехмерное напряженно-деформированное состояние. Рассматривая каждый элемент системы как деформируемое твердое тело, определим предельные значения для каждой независимой компоненты тензора  $\varphi_{ij}^{(\pm*lim)}$ ,  $i, j = x, y, z$ , каждого главного компонента  $\varphi_i^{(\pm*lim)}$ ,  $i = 1, 2, 3$  и интенсивности  $\varphi_{int}^{(*lim)}$ :

$$\begin{aligned}\varphi_{ij}^{(\pm*lim)} &= \text{extr}_{dV} [\varphi_{ij}(F_{*lim}, dV)], \\ \varphi_i^{(\pm*lim)} &= \text{extr}_{dV} [\varphi_i(F_{*lim}, dV)], \\ \varphi_{int}^{(*lim)} &= \max_{dV} [\varphi_{int}(F_{*lim}, dV)],\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\text{extr}(y) = \begin{cases} \max(y) & \text{при } y \geq 0, \\ \min(y) & \text{при } y < 0. \end{cases}$

Аналогично для однородного изотропного деформируемого твердого тела найдем предельные нормальные и касательные значения  $\varphi_n^{(*lim)}$  и  $\varphi_\tau^{(*lim)}$  тензора  $\varphi_{ij}^{(\pm*lim)}$ , а также предельное главное значение тензора  $\varphi_1^{(*lim)}$  и предельную интенсивность  $\varphi_{int}^{(*lim)}$ :

$$\begin{aligned}\varphi_n^{(*lim)} &= \max_{dV, i} (|\varphi_{ii}(F_{*lim}, dV)|), i = x, y, z, \\ \varphi_\tau^{(*lim)} &= \max_{dV, i, j} (|\varphi_{ij}(F_{*lim}, dV)|), i, j = x, y, z, i \neq j, \\ \varphi_1^{(*lim)} &= \max_{dV} (|\varphi_1(F_{*lim}, dV)|),\end{aligned}\quad (2)$$

где  $dV$  — элементарный объем нагруженного тела.

Следовательно, если рассмотреть тензор  $\varphi_{ij}$  в каждом элементарном объеме  $dV$  тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с величиной предельных напряжений можно ввести три типа тензора относительных повреждающих напряжений [2, 5]: компонентные, главные и октаэдрические:

$$\begin{aligned}g_{ij} &= |\varphi_{ij} / \varphi_m^{(*lim)}|, \\ g_i &= |\varphi_i / \varphi_1^{(*lim)}|, \\ g_{int} &= \varphi_{int} / \varphi_{int}^{(*lim)},\end{aligned}\quad (3)$$

где  $g_{ij}$ ,  $g_i$ ,  $g_{int}$ , вообще говоря, имеют вероятностную природу, поскольку в условиях прочности как действующие параметры  $\varphi_{ij}$ ,  $\varphi_i$ ,  $\varphi_{int}$ , так и их предельные значения  $\varphi_k^{(*lim)}$ ,  $\varphi_i^{(*lim)}$ ,  $\varphi_{int}^{(*lim)}$  являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения. Однако здесь будем их считать детерминированными величинами.

Тензор  $g_{ij}$  разложим на шаровую  $g^S$  и девиаторную  $g_{ij}^D$  части:

$$g^S = \begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix},$$

$$(g_{ij}^D) = (g_{ij}) - g^S = \begin{pmatrix} g_{11} - g & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} - g & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} - g \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $g = \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})}{3\sigma_k^{(*lim)}} = \frac{1}{3}(g_{11} + g_{22} + g_{33})$ .

Рассмотрим далее характеристику поврежденности, основанную на удельной потенциальной энергии деформации:

$$U = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (5)$$

которая в случае упругого деформирования имеет вид:

$$U = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}. \quad (6)$$

Для нее также можно выделить две части — отрывную и сдвиговую:

$$U_\sigma = \frac{1}{2} \sigma_{ii} \varepsilon_{ii}, \quad U_\tau = \frac{1}{2} (1 - \delta_{ij}) \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}. \quad (7)$$

Введем, по аналогии с тензорами  $\varphi_{ij}$  и  $g_{ij}$ , следующие энергетические характеристики:

$$U^{(*lim)} = \max_{dV} [U(F_{*lim}, dV)],$$

$$U_k^{(*lim)} = \max_{dV} [U_k(F_{*lim}, dV)], \quad k = \sigma, \tau, \quad (8)$$

$$g^U = U / U^{(*lim)}, \quad (9)$$

$$g_k^U = U_k / U_k^{(*lim)}, \quad k = \sigma, \tau.$$

Величины  $g^U$ ,  $g_k^U$ , являются безразмерными интегральными характеристиками поврежденности твердого тела в элементарном объеме, которые имеют, однако, энергетическое содержание.

Методика расчета опасных объемов в трибофатической системе. Критерии для ограничения опасных объемов с учетом формул (1)–(9) будут иметь вид:

$$V_{ij} = \{dV / \varphi_{ij} \geq \varphi_m^{(*lim)}, dV \subset V_k\},$$

$$i, j = x, y, z, \quad m = \begin{cases} n, & \text{при } i = j, \\ \tau, & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad (10)$$

$$V_i = \{dV / \varphi_i \geq \varphi_1^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

$$V_{int} = \{dV / \varphi_{int} \geq \varphi_1^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad (12)$$

$$V_U = \{dV / U \geq U^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad (13)$$

$$V_{Um} = \{dV / U_m \geq U_m^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad m = \sigma, \tau. \quad (14)$$

Поскольку применительно к трибофатической системе может исследоваться процесс ее поврежденности по критерию контактной усталости, то в выражениях (10)–(14) рабочий объем  $V_k$  представляет собой не весь объем деформируемого твердого тела, а лишь объем предельно допустимого износа [1, 2].

Для описания различных особенностей и уровня поврежденности в области контакта введем представление о различных типах опасных объемов при статическом нагружении. Определения, обозначения и формулы для их расчета приведены в таблице 1. В таблице 2 дана сводка соответствующих (относительных) мер поврежденности.

Поскольку опасные объемы могут иметь произвольную и сложную форму, то их аналитическое определение, согласно формулам (10)–(14), может быть затруднено; в таких случаях их вычисляют методом Монте-Карло.

**Численный анализ.** Рассмотрим формирование опасных объемов в условиях контактного взаимодействия в соответствии с (10). Определение опасных объемов выполним при следующих исходных данных:  $\sigma_n^{(*lim)} = 0,3p_0$ ,  $\sigma_\tau^{(*lim)} = 0,09p_0$ ,  $f = 0,05$ ,  $b/a = 0,813$  ( $a$  и  $b$  — большая и меньшая полуоси эллипса контакта соответственно,  $p_0$  — максимальное давление в центре контакта). Результаты вычислений представлены на рисунке 1. Из данного рисунка видно, что наибольшими по величине являются опасные объемы  $V_{zz}$ ,  $V_{xz}$  и  $V_{yz}$ , соответствующие наибольшему напряжением  $\sigma_{zz}^{(n)}$ ,  $\sigma_{xz}^{(n)}$  и  $\sigma_{yz}^{(n)}$ . Отметим, что, несмотря на то, что принято небольшое значение коэффициента трения  $f$ , действие распределенных касательных усилий  $q(x, y)$  приводит к изменению форм и величин опасных объемов, обусловленных действием нормальных усилий  $p(x, y)$ . Особенно заметна асимметрия объема  $V_{xz}$  (см. рисунок 1) относительно плоскости  $x = 0$ .

Изучим влияние силы трения на изменение объемной поврежденности окрестности контакта. Напряженное состояние в этой области при упругом деформировании представимо в следующем виде:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)}, \quad (15)$$

где  $\sigma_{ij}^{(n)}$  и  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$  — напряженные состояния, обусловленные соответственно нормальной и касательной контактными нагрузками.

В технических приложениях для анализа механического состояния при контактом взаимодействии удобно использовать октаэдрический опасный объем  $V_{int}$  в качестве интегральной характеристики поврежденности.

Для соотношения осей эллипса контакта  $b/a = 0,5$  максимальное давление в центре контакта и максимальная интенсивность напряжений связаны следующим соотношением:

$$\sigma_{int}^{(n, max)} = 0,62 \sigma_{zz}^{(n)} \Big|_{x=0, y=0, z=0} = 0,62 p_0. \quad (16)$$

В этом случае, в соответствии с (1), с учетом значения предела контактной усталости:

Таблица 1 — Классификация статических опасных объемов

Тип опасного объема	Определение	Расчетная формула
Специфические	Компонентный $V_{ij} = \{dV / g_{ij} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина соответствующей компоненты тензора напряжений не меньше предельного значения	$V_{ij} = \iiint_{g_{ij}(V) \geq 1} dV$
	Главный $V_i = \{dV / g_i \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина соответствующего главного напряжения не меньше предельного значения	$V_i = \iiint_{g_i(V) \geq 1} dV$
	Шаровой $V_s = \{dV / g \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина компоненты шаровой части тензора напряжений не меньше предельного значения	$V_s = \iiint_{g(V) \geq 1} dV$
	Девиаторный $V_d = \{dV / \max_{i,j} g_{ij}^D \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина хотя бы одной компоненты девиаторной части тензора напряжений не меньше предельного значения	$V_d = \iiint_{\max_{i,j} g_{ij}^D(V) \geq 1} dV$
	Октаэдрический $V_{int} = \{dV / g_{int} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина интенсивности напряжения не меньше предельного значения	$V_{int} = \iiint_{g_{int}(V) \geq 1} dV$
Интегральные	Совмещенный $V_C = \bigcap_{i=p, j=m}^{q,n} V_{ij}, i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_C = \bigcap_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой обнаруживается пересечение двух или более опасных объемов	$V_C = \iiint_{\bigcap_{i=p, j=m}^{q,n} [g_{ij}(V)] \geq 1} dV$ $V_C = \iiint_{\bigwedge_{i=p}^q [g_i(V)] \geq 1} dV$
	Тензорный $V_T = \bigcup_{i=p, j=m}^{q,n} V_{ij}, i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_T = \bigcup_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой обнаруживается объединение двух или более опасных объемов	$V_T = \iiint_{\bigvee_{i=p, j=m}^{q,n} [g_{ij}(V)] \geq 1} dV$ $V_T = \iiint_{\bigvee_{i=p}^q [g_i(V)] \geq 1} dV$
Энергетические	Сдвиговый $V_{U\tau} = \{dV / g_{\tau}^U \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина энергии сдвига не меньше предельного значения	$V_{U\tau} = \iiint_{g_{\tau}^U(V) \geq 1} dV$
	Отрывной $V_{Un} = \{dV / g_n^U \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина энергии отрыва не меньше предельного значения	$V_{Un} = \iiint_{g_n^U(V) \geq 1} dV$
	Полный $V_U = \{dV / g \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина потенциальной энергии деформации не меньше предельного значения	$V_U = \iiint_{g^U(V) \geq 1} dV$
	Эффективный $V_{Ueff} = \{dV / g_{Ueff} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой величина поглощенной энергии не меньше энергии разрыва межатомных связей	$V_{Ueff} = \iiint_{g_{Ueff}^U(V) \geq 1} dV$

Таблица 2 — Сводка относительных (безразмерных) мер поврежденности

Тип меры поврежденности	Определение
Компонентная	$\omega_{ij} = V_{ij} / V_k$
Главная	$\omega_i = V_i / V_k$
Октаэдрическая	$\omega_{int} = V_{int} / V_k$
Шаровая	$\omega_s = V_s / V_k$
Девиаторная	$\omega_D = V_D / V_k$
Совмещенная	$\omega_S = V_C / V_k$
Тензорная	$\omega_T = V_T / V_k$
Энергетическая отрывная	$\omega_{Un} = V_{Un} / V_k$
Энергетическая сдвиговая	$\omega_{Ut} = V_{Ut} / V_k$
Энергетическая полная	$\omega_U = V_U / V_k$
Энергетическая эффективная	$\omega_{Ueff} = V_{Ueff} / V_k$
Кинематическая компонентная	$\omega_{ij}^d = V_{ij}^d / V_k$

$$p_{f \min} = p_0 (F_N^{*lim}) = 888 \text{ МПа} \quad (17)$$

предельная интенсивность напряжений будет:

$$\sigma_{int}^{*lim} = 0,62 p_{f \min}. \quad (18)$$

Пусть  $a \parallel |x|$  ( $b \parallel |y|$ ). Тогда для произвольно направленной эллиптически распределенной касательной нагрузки:

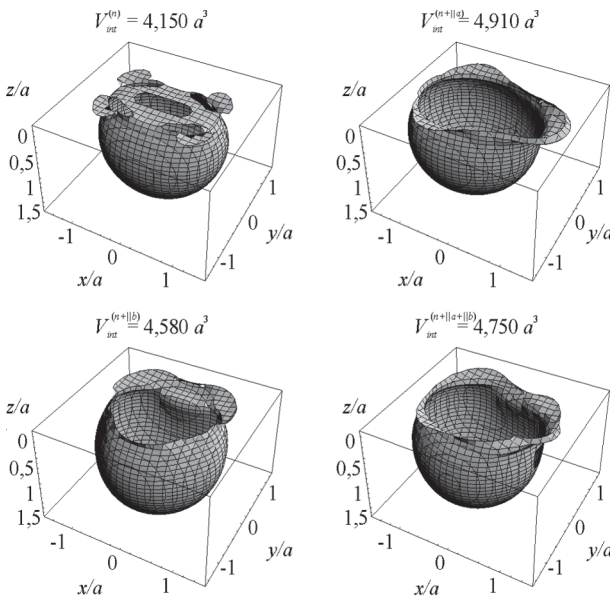


Рисунок 1 — Опасные объемы и поврежденность окрестности контакта для различных направлений силы трения

$$q(x, y) = e_x q_x(x, y) + e_y q_y(x, y), \quad (19)$$

где  $q$  — касательные контактные усилия,  $e_x$  и  $e_y$  — единичные векторы, направленные вдоль соответствующих координатных осей, можно получить общее решение:

$$\sigma_{ij}^{(\tau)} = \sigma_{ij}^{(la)} [q_x(x, y)] + \sigma_{ij}^{(lb)} [q_y(x, y)]. \quad (20)$$

Расчет опасных объемов выполнен при  $f = 0,5$ ,  $p_0 = 2960$  МПа.

На рисунке 1 представлены опасные объемы при действии только нормальных контактных усилий  $p(x, y)$ , а также в случае одновременного действия как нормальных  $p(x, y)$ , так и касательных:

$$q^{(la)}(x, y) = fp_0(x, y), \quad (21)$$

$$q^{(lb)}(x, y) = fp_0(x, y), \quad (22)$$

$$q^{(lla)}(x, y) + q^{(llb)}(x, y) = f [e_x p_0(x, y) + e_y p_0(x, y)] / \sqrt{2} \quad (23)$$

контактных усилий, где последние направлены под углом  $\pi/4$  к оси  $x$ .

В направлениях действия касательных усилий видны характерные изменения формы октаэдрических опасных объемов по сравнению со случаем чистого контакта.

Из рисунка 1 видно, что наибольший опасный объем формируется при одновременном действии нормальных  $p(x, y)$  и касательных  $q(x, y)$  нагрузок.

Поскольку опасные объемы являются мерой поврежденности деформируемых тел, то, анализируя рисунки типа 1 и их сечения (рисунок 2), можно указать конкретные области (зоны), в которых возможно зарождение и развитие как поверхностных, так и внутренних трещин. Очевидно, что необратимые повреждения реализуются там, где величины относительных повреждающих напряжений наибольшие, а также соответствующие

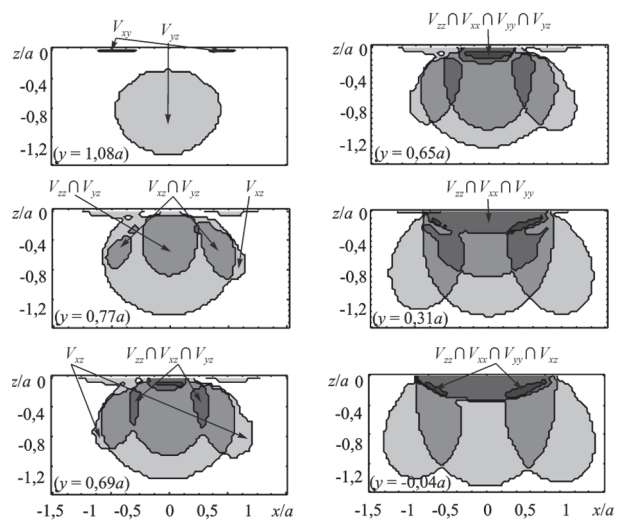


Рисунок 2 — Сечения опасных объемов  $V_{ij}$  при действии  $p(x, y)$ ,  $q^{(la)}(x, y)$  вдоль оси  $y$  для,  $\sigma_n^{*lim} = 0,3 p_0$ ,  $\sigma_c^{*lim} = 0,09 p_0$ ,  $f = 0,05$ ,  $b/a = 0,813$

ющие опасные объемы пересекаются (совмещаются друг с другом). Условия взаимодействия опасных объемов (и, следовательно, повреждений в них) так же многообразны (см. рисунки 1 и 2), как и условия нагруженности трибофатических систем.

Таким образом, можно сделать два принципиальных заключения. С одной стороны, процесс повреждаемости оказывается дискретным в том смысле, что существуют локальные области, в которых возникновение первичных трещин представляется наиболее вероятным; это, например, области совмещенных опасных объемов, или многосвязная область тензорного опасного объема. С другой стороны, процесс повреждаемости в общем случае является рассеянным, т.е. первичные трещины могут появиться в любой точке опасного объема. Нетрудно видеть, что изучение данных, представленных, например, на рисунке 2, позволяет сделать более глубокий анализ повреждаемости как следствия возникновения, развития и взаимодействия опасных объемов.

В заключение приведем практический пример. Как известно, долговечность и сопротивление усталости деталей, работающих при циклических напряжениях изгиба, растяжения, сжатия, кручения и т.п., оказываются тем ниже, чем больше размеры детали [6, 7]. Поскольку в основе явлений контактной усталости лежат те же процессы, что и при других видах усталости, естественно ожидать, что увеличение абсолютных размеров детали снизит ее сопротивление контактной усталости. Однако, анализируя имеющиеся результаты отдельных исследований по изучению масштабного эффекта при контактной усталости, прийти к определенному мнению по данному вопросу нельзя.

Одни исследователи утверждают, что масштабный эффект при контактной усталости претерпевает инверсию, т.е. с увеличением диаметра контактирующих деталей их долговечность возрастает [8–10]. Другие, наоборот, утверждают, что с ростом размерного фактора значения пределов изгибной и контактной выносливости снижаются [11–12].

В работах [13–17] можно найти разрешение этого противоречия на базе исследований объемной поврежденности (при контактной усталости), определяемой по интенсивности напряжений. Результаты проведенных исследований представлены на рисунке 3.

Изложенные результаты позволяют сформулировать следующую закономерность масштабного эффекта при трении качения: чем больше величина опасного объема, определяемого по интенсивности напряжений, тем меньше предел контактной усталости. Подобная закономерность считается, как отмечалось, фундаментальной в сопротивлении усталости (при изгибе, кручении и т.д.). Тем самым убедительно подтверждается практическая эффективность анализа поврежденности материалов при контактном нагружении на базе концепции об опасных объемах деформируемых тел.

На основании результатов проведенных исследований разработан и внедрен на ПО «Гомсельмаш» стандарт предприятия СТП 315-625-2007 «Методика оценки сопротивления изгибной и контактной усталости зубчатых колес по результатам ускоренных испытаний малоразмерных моделей». На его основе разработан и введен в действие Республиканский стандарт СТБ 1758-2007 «Трибофатика. Метод совме-

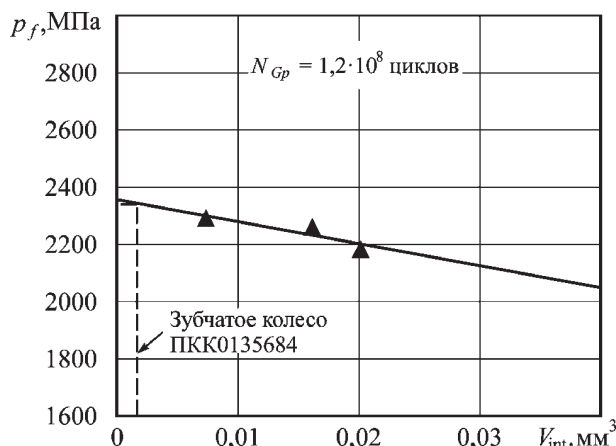


Рисунок 3 — Зависимость предела контактной выносливости от величины опасного объема

щенных испытаний на изгибную и контактную усталость материалов зубчатых колес», в котором регламентируются также методики и процедуры расчета размеров контактной площадки, контактных напряжений и опасных объемов при контактном нагружении. Совместно со специалистами ОАО «МАЗ», ПО «Гомсельмаш», БелГУТа и ООО «НПО ТРИБОФАТИКА» разработан [17] комплексный подход к оценке прочностной надежности зубчатых зацеплений, который оказался практически эффективным.

**Заключение.** Развиваемая концепция объемной повреждаемости при контактном нагружении объектов с трением является плодотворной в теоретическом плане и оказывается практически полезной.

#### Список литературы

- Sosnovskiy, L.A. Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics) / L.A. Sosnovskiy. — Springer, 2004. — 424 p.
- Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2007. — 434 с.
- Сосновский, Л.А. Статистическая механика усталостного разрушения / Л.А. Сосновский. — Минск: Наука и техника, 1987. — 288 с.
- Журавков, М.А. Расчет опасных объемов при контактном нагружении / М.А. Журавков, С.С. Щербаков // Вестн. БГУ. Сер. 1. — 2007. — № 1. — С. 117–122.
- Журавков, М.А. Исследование опасных объемов при решении контактной задачи для системы ролик / кольцо / М.А. Журавков, С.С. Щербаков // ISTF 2005: тр. V Междунар. симп. по трибофатике. — Иркутск, 2005. — Т. 1. — С. 375–390.
- Сосновский, Л.А. Механика усталостного разрушения: слов.-справ. в 2 ч. / Л.А. Сосновский. — Гомель: НПО ТРИБОФАТИКА, 1994. — Ч. 2. — 328 с.
- Трошенко, В.Т. Сопротивление усталости металлов и сплавов: справ.: в 2 т. / В.Т. Трошенко, Л.А. Сосновский. — Киев: Наук. думка, 1987. — Т. 1. — 508 с.
- Сахонько, И. М. Контактная выносливость закаленной стали в зависимости от геометрических параметров соприкасающихся тел / И.М. Сахонько // Контактная прочность машиностроительных материалов. — М.: Наука, 1964. — С. 52–60.
- Контактно-усталостная прочность опорных валков / Б.А. Морозов [и др.] // Напряжения, деформации и прочность металлургических машин. — М.: ВНИИМЕТ-МАШ, 1988. — С. 30–42.
- Трубин, Г.К. Контактная усталость материалов для зубчатых колес / Г.К. Трубин. — М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит-ры, 1962. — 404 с.

11. Иванов, А.С. Масштабный эффект при рассмотрении изгибного и контактного сопротивлений усталости, а также трения и износа / А.С. Иванов // Вестн. машиностроения. — 1997. — № 5. — С. 25—30.
12. Орлов, А.В. Испытания конструкционных материалов на контактную усталость / А.В. Орлов, О.Н. Черменский, В.М. Нестеров. — М.: Машиностроение, 1980. — 110 с.
13. Комиссаров, В.В. Оценка объемной поврежденности и сопротивления контактной усталости зубчатых колес с учетом масштабного эффекта: автореф. дис. ... канд. техн. наук / В.В. Комиссаров. — Гомель: БелГУТ, 2008. — 20 с.
14. Компьютерный анализ напряженно-деформированного состояния в зоне эллиптической площадки контакта тел при качении применительно к модели зубчатых зацеплений / М.А. Журавков [и др.] // Трение и износ. — 2006. — Т. 27. — № 1. — С. 12—16.
15. Жмайлик, В.А. Расчет напряженного состояния модели зубчатого зацепления в области контакта / В.А. Жмайлик, С.С. Щербаков, В.В. Комиссаров // Вестн. БелГУТ. — 2006. — № 12. — С. 36—43.
16. Жмайлик, В.А. Комплексная оценка сопротивления усталости зубчатых колес при изгибе и контактном нагружении / В.А. Жмайлик, В.В. Комиссаров // ISTF 2010: тр. VI Междунар. симп. по трибофатике, Минск, 25 окт. — 1 нояб. 2010 г. / Редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. — Минск: БГУ, 2010. — Т. 1. — С. 579—594.
17. Захарик, А.М. Комплексный подход к оценке прочностной надежности зубчатых зацеплений / А.М. Захарик, А.М. Гоман, В.В. Комиссаров // Наука и инновации. — 2010. — № 9 (91). — С. 20—23.

---

Zhuravkov M.A., Scherbakov S.S.

**Volume measure of damage of rigid body at contact loading and its some applications**

Damage of tribo-fatigue system it is defined on the basis of model of a deformable firm body with dangerous volume. It is shown that such volumes can be calculated on many and various parametres characterising a mechanical condition (components, intensity, stress tensor, etc.). Classification of measures of damage which can be useful in different conditions is given. Conditions of deformation are considered and some criteria for restriction of dangerous volumes are offered. Techniques and results of calculation of dangerous volumes and damage are resulted at contact interaction with a friction. Examples of use of the developed concept for the decision of almost important problems are given.

*Поступила в редакцию 14.05.2011.*