

УДК 539.3

С.С. ЩЕРБАКОВ, канд. физ.-мат. наук  
Белорусский государственный университет, Минск

## ДИНАМИКА ТРИБОФАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Динамическое нагружение трибофатической системы приводит к развитию нестационарного процесса циклического деформирования в зоне контактного взаимодействия. В системе ролик/вал при одновременной реализации трения качения и неконтактного изгиба вала на поверхности контакта образуются (при определенных условиях) нерегулярные волнообразные остаточные повреждения (явление троппи). На основании результатов экспериментального исследования указанных повреждений, наблюдаемых в процессе износоусталостных испытаний, построена механико-математическая модель, которая удовлетворительно описывает явление троппи с учетом как движения трибофатической системы, так и ее нестационарного напряженно-деформируемого состояния и состояния поврежденности. Показано, что волнообразные повреждения рельсов в процессе эксплуатации можно рассматривать как частный случай троппи; это открывает пути для эффективного поиска методов борьбы с ними

**Ключевые слова:** трибофатическая система, явление троппи, нестационарное напряженно-деформируемого состояния, состояние поврежденности, опасный объем

### Введение

В трибофатической системе типа ролик/вал (рисунок 1) при испытаниях на контактно-механическую усталость, в известной мере воспроизводятся условия эксплуатации системы колесо/рельс [1, 2]; в рабочей зоне одновременно возникают как циклические напряжения при объемном деформировании (изгиб нагрузкой  $Q$ ), так и поле контактных напряжений при действии нагрузки  $F_N$  [3]. При определенных условиях испытаний в системе самопроизвольно возникает виброударный процесс, который обуславливает осо-

бый тип предельного состояния: образование на дорожке качения остаточных волнообразных повреждений [4].

### Экспериментальные исследования

Трибофатическую систему сталь 25ХГТ (ролик)/сталь 45 (вал) подвергали испытаниям на контактно-механическую усталость. Свойства стали 25ХГТ были следующими: предел выносливости  $\sigma_{-1}=570$  МПа, предел контактной усталости  $p_f=3100$  МПа. Свойства стали 45:  $\sigma_{-1}=260$  МПа и  $p_f=1760$  МПа. Таким образом, характерная особенность данной системы состояла в том, что прочность металла вала существенно меньше, чем ролика, поэтому в процессе испытаний обнаруживаются остаточные деформации и повреждения только в окрестности дорожки качения на валу, тогда как размеры ролика остаются практически неизменными.

Постоянной во времени изгибающей нагрузке  $Q=225$  Н = const (рисунок 2) соответствовала амплитуда напряжений  $\sigma_a=225$  МПа <  $\sigma_{-1}=260$  МПа. Контактная нагрузка изменялась ступенчато по программе, показанной на рисунке 2. Предел контактной выносливости  $p_f=1760$  МПа был превышен на III степени нагружения.

Движение ролика по валу стало нестационарным при переходе с VII на VIII степень контактного нагружения, т.е. после 700000 циклов испытаний (см. стрелку 1 на рисунке 2). На IX степени произошла потеря устойчивости движения (см. стрелку 2 на рисунке 2). Испытания прекращены на X степени при  $N_z=976100$  циклов нагружения из-за недопустимых вибраций и шума.

Главные особенности повреждения вала таковы (рисунок 3). В окрестности дорожки качения образовались

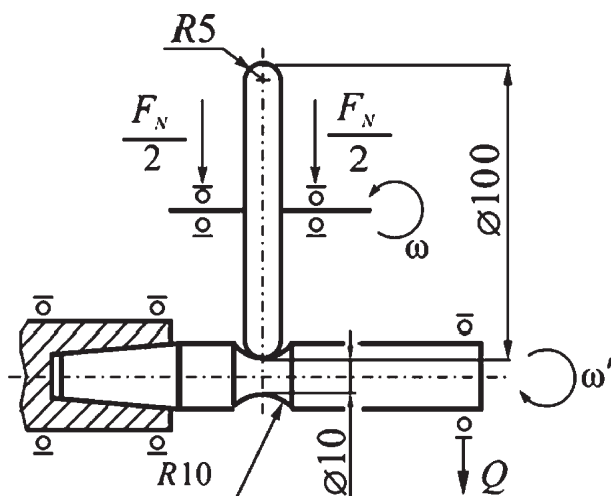


Рисунок 1 — Схема испытаний на контактно-механическую усталость

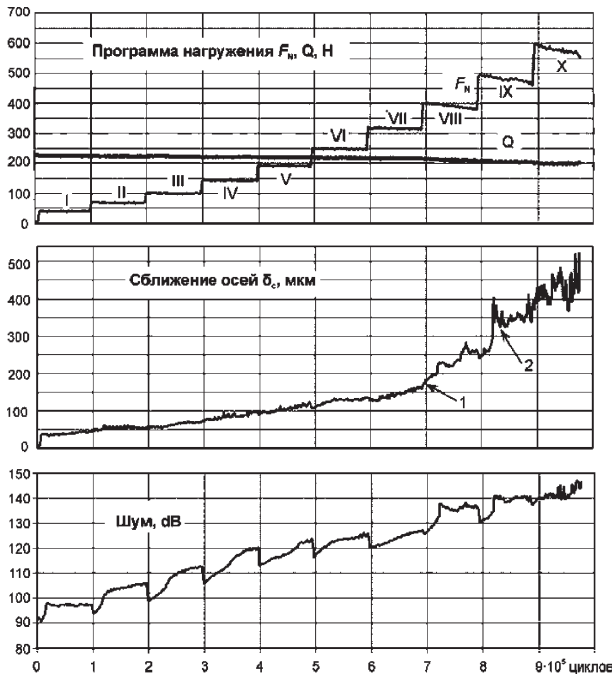


Рисунок 2 — Протокол испытаний системы ролик (сталь 25ХГТ) / вал (сталь 45) на контактно-механическую усталость

остаточные поверхностные волнообразные повреждения, на дне которых обнаруживаются ямки выкрашивания (рисунок 4). Волнообразные повреждения представляют собой совокупность нерегулярных лунок полубочкообразной формы. Ни одна из лунок не повторяется, каждая из них имеет свои, отличающиеся от других, размеры во всех трех измерениях — радиальном, осевом, окружном (см. рисунок 4 а). Величина относительной пластической деформации (в условиях данного опыта) достигает 14 % в радиальном и 62 % в осевом направлениях.

Таким образом, в данных условиях испытаний остаточные поверхностные волнообразные повреждения можно рассматривать как результат нестационарного процесса циклического упругопластического деформирования в зоне контактного взаимодействия двух элементов системы. Это явление получило название троппи [5], и этот нестационарный процесс сопровождается трехмерными искажениями размеров дорожки качения и неодинаковым локальным сопротивлением материала в разных «точках» на пути движения (см. рисунок 4 б).

Заметим, что исследуемое явление обратимо в следующем смысле: если прочность материала ролика значительно меньше, чем вала, то остаточные волнообразные повреждения образуются на ролике (рисунок 5) [6],

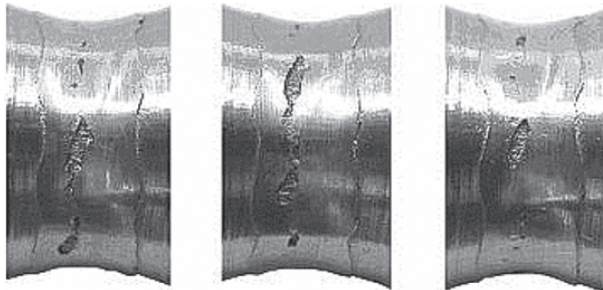
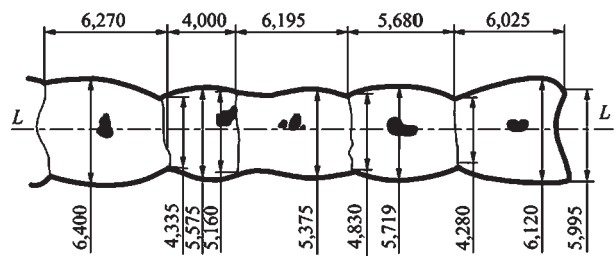
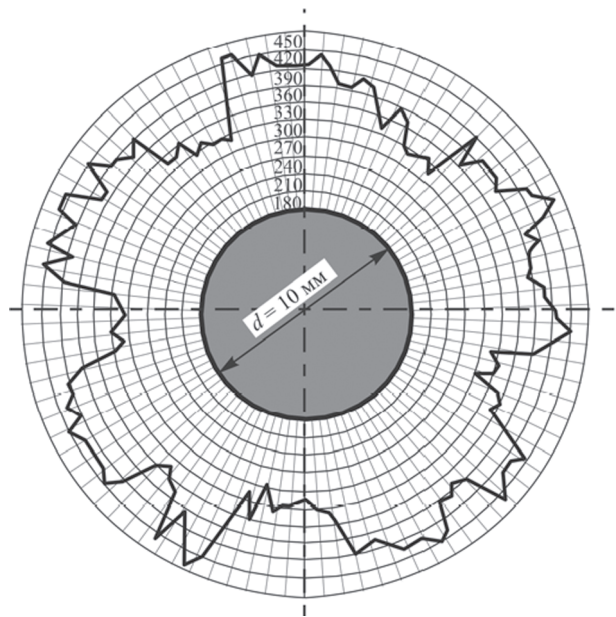


Рисунок 3 — Характер повреждения вала после испытаний на контактно-механическую усталость



а)



б)

Рисунок 4 — Поверхностные остаточные волнообразные повреждения (ямки выкрашивания зачернены) (а) и распределение микротвердости по длине L дорожки качения вала (б)

тогда как размеры дорожки качения на валу остаются практически неизменными.

В том случае, когда ролик и вал изготовлены из одной стали и имеют одинаковые свойства поверхности, остаточные волнообразные повреждения в определенных условиях испытаний образуются на рабочих поверхностях обоих элементов одновременно.

#### Модель динамического взаимодействия

С теоретической точки зрения описанное повреждение можно рассматривать как результат потери устойчивости движения ролика по валу с самовозбуждением колебаний в системе при упругопластическом деформировании хотя бы одного из ее элементов в области контакта (см. рисунок 5).

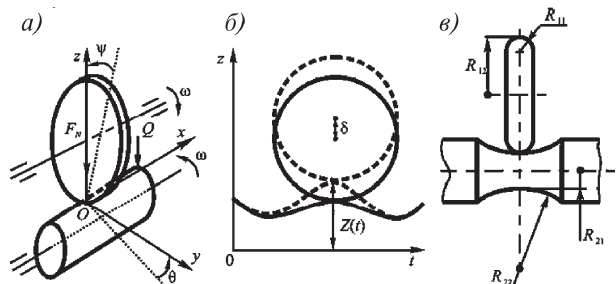


Рисунок 5 — Расчетные схемы (а), (б) и обозначение радиусов кривизны (в)

В [1, 2] с учетом работ [7, 8] была предложена система уравнений движения в таких условиях:

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\psi} + I_{yz} \ddot{\theta} + i\omega \dot{\theta} &= -k_\psi \psi + M_\psi^p + M_\psi^\sigma, \\ I_{yz} \ddot{\psi} + I_z \ddot{\theta} - i\omega \dot{\psi} &= -k_\theta \theta + M_\theta^p + M_\theta^\sigma, \\ \ddot{z} + \kappa^2 z &= \kappa^2 Z(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_y, I_z, I_{yz}$  — моменты инерции ролика,  $\psi$  и  $\theta$  — углы поворота вала,  $k_\psi, k_\theta$  — коэффициенты пропорциональности,  $M_\theta^p, M_\theta^\sigma, M_\psi^p, M_\psi^\sigma$  — моменты сил, вызванных контактными (верхние индексы  $p$  и  $fp$ ) и неконтактными нагрузками (верхний индекс  $\sigma$ ) и передаваемых на ролик через площадку контакта ролика и вала,  $i\omega \dot{\theta}, i\omega \dot{\psi}$  — гироскопические моменты относительно осей  $y$  и  $z$ .

В предположении об эллиптическом характере контакта выражения для полуосей эллипса  $a, b$ , наибольшего давления  $p_0$  в центре площадки контакта, сближения осей  $\delta$  будем рассматривать как функции времени:

$$a = a(e(t)), b = b(e(t)), \delta = \delta(e(t)), p_0 = p_0(e(t)), \quad (2)$$

где эксцентриситет:

$$e(\Omega) = e(\Omega(R_{11}(t), R_{12}(t), R_{21}(t), R_{22}(t), \theta(t))).$$

Правая часть дифференциальных уравнений движения (1) с учетом аналитической зависимости эксцентриситета  $e$  эллипса контакта от радиусов кривизны тел в точке контакта (2) примет вид:

$$\begin{aligned} M_\psi^p &= M_\psi^p(F_c, \psi(t)), \\ M_\psi^\sigma &= M_\psi^\sigma(F_b(t), a(t), b(t), \delta(t), \psi(t)), \\ M_\theta^\sigma &= M_\theta^\sigma(F_b(t), a(t), b(t), \delta(t), \theta(t)), \\ M_\theta^p &= M_\theta^p(F_r, f_r, \psi(t)). \end{aligned}$$

В принятой постановке силовыми факторами являются моменты сил, передаваемых на ролик в площадке контакта.

Рассмотрим метод определения интегрального момента, обусловленного распределением нормальных усилий  $p(x, y)$  по области контакта  $S$  и плечом  $h(x, y)$ :

$$M(x, y) = \iint_S h(x, y) p(x, y) dx dy. \quad (3)$$

Для упрощения интегрирования целесообразно использовать следующую связь между системой координат, жестко связанной с эллипсом контакта, и глобальной системой координат при повороте эллипса контакта на углы  $\theta$  и  $\psi$  (рисунок 6):

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \theta + y' \sin \theta + R \sin \psi, \\ x &= -x' \sin \theta + y' \cos \theta, z = z', \end{aligned} \quad (4)$$

где  $R=R_{12}$  — большой радиус ролика;  $x, y, z$  представляют собой глобальную систему координат,  $x' = \arccos \varphi, y' = br \sin \varphi, z'$  — локальную систему координат, жестко связанную с эллипсом контакта.

С учетом (4) выражение (3) примет вид:

$$M_\psi^p(x', y') = \iint_{S'} h_x(x(x', y')) p(x', y') dx' dy'. \quad (5)$$

Дифференциал момента относительно оси  $y$  в локальной системе координат:

$$\begin{aligned} dM_\psi^p &= (R \sin \psi + ar \cos \varphi \cos \theta + br \sin \varphi \sin \theta) \times \\ &\times p_0 \sqrt{1-r^2} abrd\varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

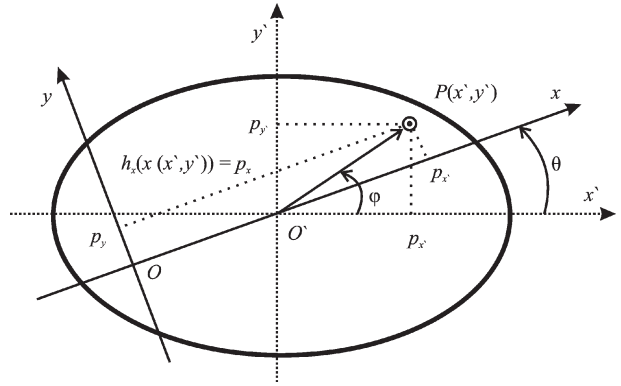


Рисунок 6 — К определению момента  $M_\psi^p$

Соответственно, момент:

$$\begin{aligned} M_\psi^p &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 (R \sin \psi + ar \cos \varphi \cos \theta + br \sin \varphi \sin \theta) \times \\ &\times p_0 \sqrt{1-r^2} abrd\varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Интеграл (7) легко находится:

$$M_\psi^p = \frac{2\pi}{3} p_0 ab R \sin \psi = F_N R \sin \psi. \quad (8)$$

Моменты от других нагрузок  $M_\theta^p, M_\theta^\sigma, M_\psi^\sigma$  вычисляются аналогичным образом.

В частном случае, когда параметры  $a, b, p_0, \delta$  не зависят от времени, уравнения (1) с учетом (8) принимают вид:

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\psi} + I_{yz} \ddot{\theta} + i\omega \dot{\theta} &= -k_\psi \psi + F_N R \sin \psi - \\ &- \frac{f_0 Q \pi ab h}{2J_y} R \cos \psi (A-1 + R \cos \psi), \\ I_{yz} \ddot{\psi} + I_z \ddot{\theta} - i\omega \dot{\psi} &= -k_\theta \theta \pm f_r F_N R \sin \psi + \\ &+ \frac{f_0 Q \pi ab h}{4J_y} (a^2 - b^2) \sin 2\theta, \\ \ddot{z} + \kappa^2 z &= \kappa^2 \left[ \frac{1}{2} a_0 + \sum_{s=1}^{\infty} (a_s \cos spt + b_s \sin spt) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\frac{1}{2} a_0 + \sum_{s=1}^{\infty} (a_s \cos spt + b_s \sin spt)$  — тригонометрический ряд, которым в общем случае может быть представлено кинематическое возмущение колебаний вдоль оси  $z$ .

Напряженное состояние в любой точке системы в общем случае динамического нагружения, например при виброударных нагрузках, в условиях упругого деформирования представляется суперпозицией нестационарного напряженного состояния  $\sigma_{ij}(t)$  в каждый момент времени  $t$  и напряжений  $\sigma_{ij}(t, v, h)$ , обусловленных волновыми эффектами и зависящих также от скорости удара  $v$  и высоты неровностей  $h$  волнообразного повреждения [9]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) &= [\sigma_{ij}^{(n)}(t) + \sigma_{ij}^{(n)}(t, v, h)] + \\ &+ [\sigma_{ij}^{(r)}(t) + \sigma_{ij}^{(r)}(t, v, h)] + [\sigma_{ij}^{(b)}(t) + \sigma_{ij}^{(b)}(t, v, h)]. \end{aligned} \quad (10)$$

В общем случае анализ взаимодействия элементов трибофатической системы и ее поврежденности основывается на статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [1, 2, 9].

Для определения форм и величин опасных объемов необходимо знание  $a)$  функции распределения пределов выносливости соответствующего элемента трибофатической системы и  $b)$  напряженного состояния в зонах контактного взаимодействия тел.

Опасные объемы представляют собой области, в которых возникают напряжения, превышающие минимальные значения пределов выносливости  $\sigma_{-1\min}^{(n)}, \sigma_{-1\min}^{(\tau)}$  для нормальных и касательных напряжений [9].

После расчета напряженного состояния величины компонентных опасных объемов определим по формулам:

$$V_{ij} = \iiint_{\sigma_{ij}(\xi, \eta, z) - \sigma_{-1\lim} > 0} d\xi d\eta dz, \quad (11)$$

где  $\sigma_{-1\min}^{(k)} = \begin{cases} \sigma_{-1\min}^{(n)} & \text{при } i = j, \\ \sigma_{-1\min}^{(\tau)} & \text{при } i \neq j. \end{cases}$

Соответствующие меры поврежденности будут:

$$\omega_{ij} = V_{ij}/V_k, \quad \omega_T = V_T/V_k, \quad (12)$$

где  $V_T = \bigcup_{i,j} V_{ij}$ ,  $V_k$  — рабочий объем.

Полученные решения позволяют выполнить анализ динамического контакта при условии, что будет установлено изменение параметров контакта во времени.

Например, если изменение  $R_{11}$ ,  $R_{21}$  и  $F_N$  во времени происходит в соответствии с рисунком 7 а, то изменение параметров контакта в соответствии с формулами (2) будет таким, как показано на рисунке 7 б. Здесь  $X_{ab}$ ,  $Y_{ab}$  — величины полуосей эллипса контакта на осях  $x$  и  $y$  соответственно.

Зависимости на рисунке 7 а выбраны таким образом, чтобы можно было проследить влияние  $R_{ij}(t)$ ,  $i, j=1, 2$  и  $F_N(t)$  на изменение всех контактных параметров на рисунке 7 б. Кон-

кретный вид зависимости  $R_{21}(t)$  был выбран таким образом, чтобы смоделировать колебания контактных параметров.

Распределения напряжений  $\sigma_{zz}^{(n)}$  и  $\sigma_{xz}^{(n)}$ , отнесенных к  $p_0$  в дискретные моменты времени в плоскостях  $z=-0,5a$  (левая верхняя пара)  $y=0$  (правая нижняя пара), где  $a$  — величина большей полуоси эллипса контакта в конкретный момент времени, показаны на рисунках 8, 9. Каждая группа из четырех рисунков дает исчерпывающий анализ напряженного состояния и состояния поврежденности в заданный момент времени.

Отметим, что в теоретическом решении отсутствует функция пластичности. Тем не менее, анализ упруго-пластического поведения проведен неявно посредством учета неупругого изменения геометрических характеристик области контакта. Данное изменение также учитывается в принятой нами модели деформируемого упругого твердого тела с опасным объемом в соответствии с (11), (12).

Анализ рисунков 8, 9 показывает, что разработанная модель позволяет описать изменение формы распределения напряжений и их значений в результате временного изменения приложенной нагрузки и геометрии тел в области контакта через изменение параметров площадки контакта. Более подробный анализ таких результатов дан в работе [9].

Соответствующую величину и ориентацию имеют опасные объемы (см. правую часть рисунков 8 и 9) построенные по напряжениям  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{xz}$  для соответствующих предельных нормальных  $\sigma_{-1\lim}^n = 4 \cdot 10^7$  МПа и касательных

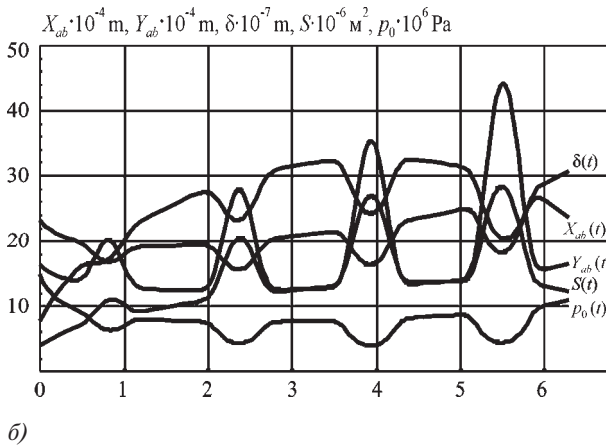
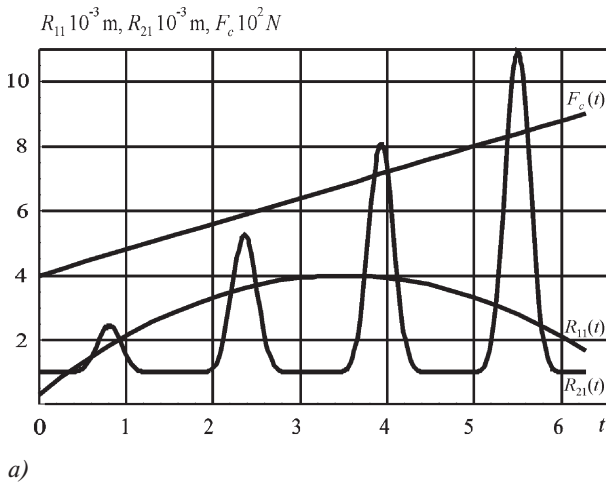


Рисунок 7 — Закон изменения  $R_{11}$ ,  $R_{21}$  и  $F_N$  (а) и  $X_{ab}$ ,  $Y_{ab}$ ,  $S$ ,  $p_0$ ,  $\delta$  (б) во времени

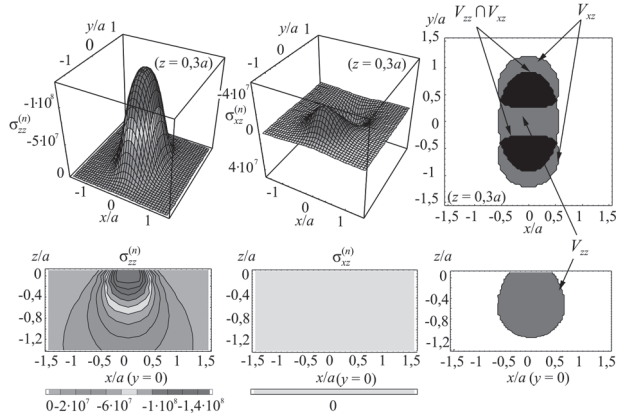


Рисунок 8 — Распределение напряжений  $\sigma_{zz}^{(n)}$  (Па),  $\sigma_{xz}^{(n)}$  (Па) и соответствующие опасные объемы в начальный момент времени ( $t=0$ )

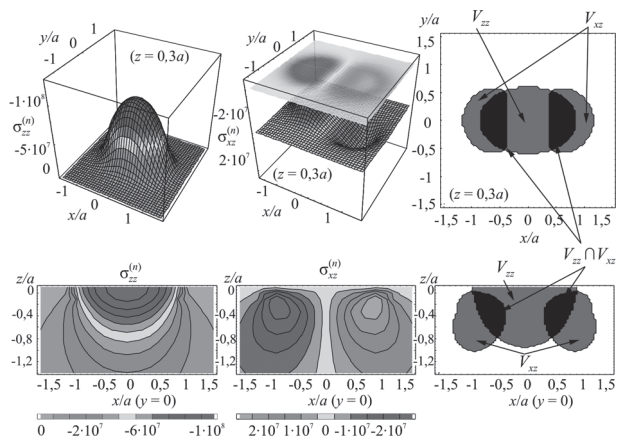


Рисунок 9 — Распределение напряжений  $\sigma_{zz}^{(n)}$  (Па),  $\sigma_{xz}^{(n)}$  (Па) и соответствующие опасные объемы в момент времени  $t=6$



$\sigma_{-1\text{lim}}^{\tau} = 10^7$  МПа напряжений. Более темные части опасных объемов соответствуют областям твердого тела, в которых значения как  $\sigma_{zz}$ , так и  $\sigma_{xz}$  превосходят критические. Такие области представляются наиболее поврежденными.

Аналогичным образом проводится анализ для других моментов времени и компонент тензора напряжений.

Возникновение виброудара зависит в первую очередь от интенсивности и частоты изменения  $\delta(t)$  и  $p_0(t)$ . Резкие изменения данных параметров порождают «всплески» значений напряжений.

Таким образом, установлено, что волнообразные остаточные поверхностные повреждения можно рассматривать как результат процесса нестационарного упругопластического деформирования в зоне контактного взаимодействия двух элементов системы. С теоретической точки зрения такое повреждение представляет собой результат потери устойчивости движения ролика по валу.

Отсюда следует, что в системе колесо/рельс, которая работает в подобных условиях, могут наблюдаться аналогичные повреждения. Действительно, они обнаружены например, на рельсах трамвайных линий (рисунок 10), а также на железнодорожных рельсах (см., например, [1]).

### Заключение

1. Разработана общая методика расчета трибофатической системы, работающей в условиях троппи. В соответствии с постановкой задачи записаны общие дифференциальные уравнения движения ролика по валу, которые учитывают возможность колебаний ролика в трех плоскостях; особенности геометрии взаимодействующих элементов в области контакта; неоднородность поверхностных свойств материала в

локальных зонах вдоль дорожки катания; возмущающее действие внешних (контактной и неконтактной) нагрузок.

Показано, что нестационарный процесс деформирования в анализируемых условиях сопровождается колебаниями всех параметров контакта, а также контактного давления.

2. Выражения типа (8) для моментов, обуславливающих возмущение движения ролика, получены аналитически из анализа условий нагружения и контактного взаимодействия. Таким образом, предложена методика учета возмущающего действия силовых факторов путем определения интегральных моментов от распределенных усилий, передаваемых на ролик в зоне контакта.

3. Показано, что нестационарный процесс деформирования в анализируемых условиях сопровождается колебаниями пространственного напряженного состояния и состояния поврежденности в окрестности контакта в соответствии с (9)—(11).

Динамическое взаимодействие в трибофатической системе реализуется как явление троппи, которое можно рассматривать как фундаментальное. На практике обнаруживаются его частные виды, определяемые, например, как волнообразные повреждения рельсов. В определенных условиях оно приводит к возникновению виброудара в системе. Поскольку получена общая аналитическая модель троппи, то теперь появляется возможность исследования волнообразных повреждений рельсов и, значит, поиска эффективных мер борьбы с ним.

### Список литературы

1. Sosnovskiy, L.A. Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics) / L.A. Sosnovskiy. — Springer, 2005. — 424 p. — Series: Foundations of Engineering Mechanics.
2. Сосновский, Л.А. Основы трибофатики: учеб. пособие для студ. высших технич. учеб. заведений / Л. А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2003. — Т. 1. — 246 с.; — Т. 2. — 234 с.
3. Трибофатика. Методы износоусталостных испытаний. Испытания на контактно-механическую усталость: ГОСТ 30754-2001. — Минск: Межгос. Совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2002. — 32 с.
4. Сосновский, Л.А. Экспериментальные исследования контактно-механической усталости стали 45 методом многоступенчатого нагружения / Л.А. Сосновский, А.В. Богданович, С.А. Тюрин // Заводская лаборатория. — 1996. — № 3. — С. 30—34.
5. Sosnovskiy, L.A. Vibro-impact in rolling contact / L.A. Sosnovskiy, S.S. Sherbakov // Journal of Sound and Vibration. — 2007. — Vol. 308; Is. 3 5. — pp. 489—503.
6. Сосновский, Л.А. L-риск (механотермодинамика необратимых повреждений) / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2004. — 317 с.
7. Келдыш, М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси: избранные труды. Механика / М.В. Келдыш. — М.: Наука, 1985. — С. 491—530.
8. Малкин, И.Г. Теория устойчивости движения / И.Г. Малкин. — М.: Наука, 1985. — 530 с.
9. Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2007. — 434 с.

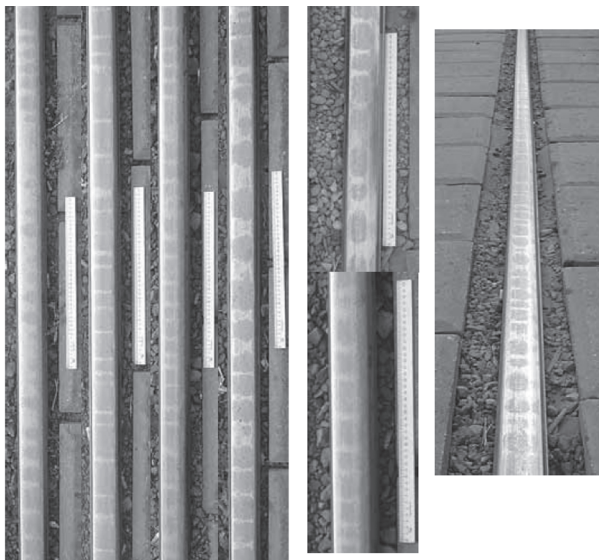


Рисунок 10 — Волнообразные повреждения трамвайных рельсов

Sherbakov S.S.

### Dynamics of Tribo-Fatigue System

Dynamic loading of tribo-fatigue system leads to development of non-stationary process of cyclic deformation in a zone of contact interaction. In system a roller/shaft at simultaneous realisation of a rolling friction and not contact bend of a shaft on a contact surface irregular wavy residual damages (the phenomenon troppi) are formed (under certain conditions). On the basis of results of an experimental research of the specified damages observed in process of wear-fatigue tests, the mehaniko-mathematical model which well describes the phenomenon troppi with the account as movements of tribo-fatigue system, and its non-stationary is intense-deformed condition and a condition of damage is constructed. It is shown that wavy damages of rails while in service can be considered as a special case of troppi; it opens ways for effective search of methods of struggle against them.

Поступила в редакцию 17.03.2011