

УДК 539.3

С. С. Щербаков

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ДЕЙСТВИИ КОНТАКТНЫХ И НЕКОНТАКТНЫХ НАГРУЗОК

Представлен сравнительный анализ результатов конечноэлементного моделирования повреждаемости твердых тел в окрестности их контактного взаимодействия при одновременном растяжении или сжатии одного из элементов контактной пары. Величины опасных объемов этих тел были рассчитаны суммированием объемов их конечных элементов, в которых среднее значение интенсивности напряжений превышает предел контактной усталости.

Ключевые слова: деформированное твердое тело, опасный объем, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов.

Введение. При рассмотрении целого ряда практически важных задач, например взаимодействия зубчатых колес, колеса и рельса и других объектов, возникает необходимость комплексного анализа как поверхностного деформирования и повреждения этих тел в локальной области их контакта, так и объемного деформирования и повреждения тел от испытываемой ими изгибной нагрузки.

Исследование повреждаемости указанных трибофатических систем при взаимодействии их элементов в общем случае основывается на статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [1]. В рамках данной модели опасные объемы представляют собой трехмерные области, где напряжения достигают повреждающего уровня — нижней границы рассеивания предела выносливости.

Модель деформируемого твердого тела с опасным объемом. Процедура расчета опасных объемов трибофатической системы предполагает знание трехмерного напряженно-деформированного состояния ее элементов, вызванного как локальным контактным, так и объемным нагружением, а также предельного состояния системы [2, 3].

В трибофатической системе в отличие, например, от изгибаемого вала все шесть независимых компонент тензора напряжений являются ненулевыми [4]. В общем случае предельное состояние (образование микротрещин) в некоторой точке системы может быть обусловлено несколькими различными компонентами. Таким образом, предел выносливости для силовой системы определяется по каждой компоненте тензора напряжений как экстремальное значение ее распределения при действии предельной нагрузки.

Поскольку опасные объемы являются мерой повреждаемости деформируемых тел, то, анализируя их, можно указать конкретные области (зоны), в которых возможно зарождение и развитие как поверхностных, так и внутренних трещин. Очевидно, что действие необратимых повреждений реализуется там, где соответствующие опасные объемы пересекаются (т. е. накладываются друг на друга) или совмещаются друг с другом.

Рассмотрим тензор механического параметра φ_{ij} , конкретизациями которого являются тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций ϵ_{ij} . Для однородного изотропного деформируемого твердого тела определим предельные нормальное и касательное значения $\varphi_n^{(*\text{lim})}$ и $\varphi_\tau^{(*\text{lim})}$ тензора $\varphi_{ij}^{(\pm*\text{lim})}$, а также его предельное главное значение $\varphi_1^{(*\text{lim})}$ и предельную интенсивность $\varphi_{\text{int}}^{(*\text{lim})}$:

$$\begin{aligned}\varphi_n^{(*\text{lim})} &= \max_{dV, i} \left(\left| \varphi_{ii} (F_{*\text{lim}}, dV) \right| \right), \quad i = x, y, z, \\ \varphi_\tau^{(*\text{lim})} &= \max_{dV, i, j} \left(\left| \varphi_{ij} (F_{*\text{lim}}, dV) \right| \right), \quad i, j = x, y, z, \quad i \neq j, \\ \varphi_1^{(*\text{lim})} &= \max_{dV} \left(\left| \varphi_1 (F_{*\text{lim}}, dV) \right| \right), \quad \varphi_{\text{int}}^{(*\text{lim})} = \max_{dV} \left[\varphi_{\text{int}} (F_{*\text{lim}}, dV) \right].\end{aligned}\tag{1}$$

Следовательно, если рассмотреть тензор φ_{ij} в каждом элементарном объеме dV тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с величиной предельных напряжений можно ввести три типа относительных повреждающих напряжений [2, 4]:

Белорусский государственный университет. 220030, г. Минск, просп. Независимости, 4; э-почта: sersher@tut.by. Поступила 23.05.2011.

компонентное

$$\Psi_{ij} = |\varphi_{ij}/\varphi_m^{(*\text{lim})}|,$$

главное

$$\Psi_i = |\varphi_i/\varphi_1^{(*\text{lim})}|$$

и октаэдрическое

$$\Psi_{\text{int}} = \varphi_{\text{int}}/\varphi_{\text{int}}^{(*\text{lim})}, \tag{2}$$

где Ψ_{ij} , Ψ_i и Ψ_{int} , вообще говоря, имеют вероятностную природу, поскольку в условиях прочности как действующие напряжения φ_{ij} , φ_i и φ_{int} , так и их предельные значения $\varphi_m^{(*\text{lim})}$, $\varphi_i^{(*\text{lim})}$ и $\varphi_{\text{int}}^{(*\text{lim})}$ являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения.

Условия для ограничения опасных объемов с учетом формул (1) записываются как

$$V_{ij} = \{dV/\varphi_{ij} \geq \varphi_m^{(*\text{lim})}, dV \subset V_k\}, \quad i, j = x, y, z, \quad m = \begin{cases} n & \text{при } i=j, \\ \tau & \text{при } i \neq j, \end{cases}$$

$$V_i = \{dV/\varphi_i \geq \varphi_1^{(*\text{lim})}, dV \subset V_k\}, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$V_{\text{int}} = \{dV/\varphi_{\text{int}} \geq \varphi_1^{(*\text{lim})}, dV \subset V_k\}.$$

Конечноэлементное моделирование поврежденности. Поскольку опасные объемы могут иметь произвольную и сложную форму, их аналитическое определение, согласно формулам (1)–(3), может быть затруднено; в таких случаях их вычисляют методом Монте-Карло [1–3]. В практических приложениях большое значение имеет определение поврежденности на основании конечноэлементного моделирования напряженно-деформированного состояния.

Рассмотрим моделирование повреждаемости большого количества конечных элементов в окрестности контакта на примере компьютерного моделирования системы индентор/полупространство, представленной на рис. 1. Главные радиусы кривизны моделируемой системы индентор/упругое полупространство были следующими: $R_{11} = 0.003$ м, $R_{12} = 0.008$ м, $R_{21} = \infty$, $R_{22} = \infty$. Контактная нагрузка составляла $F_N = 1200$ Н, свойства материала определялись модулями Юнга $E_1 = E_2 = 2.01 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона равнялся $\nu = 0.3$. Для выбранной нагрузки и геометрических характеристик исследуемой системы величины ее большей и меньшей полуосей составляли $a = 4.67 \cdot 10^{-4}$ м, $b = 2.44 \cdot 10^{-4}$ м ($b/a = 0.52$). В модели, показанной на рис. 1, полуось a сонаправлена с координатной осью z .

Полупространство также нагружено равномерно распределенным растягивающим или сжимающим нормальным напряжением в направлении x : $\sigma_{xx}^{(b)}$, так, что в окрестности контакта имеет место следующее соотношение [1–3]:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^{(c)} + \sigma_{xx}^{(b)}. \tag{4}$$

К верхней плоскости индентора была приложена контактная нагрузка F_N , а к торцу куба, моделирующего полупространство, – напряжения $\sigma_{xx}^{(b)}$, изменяющиеся в диапазонах от -500 до -200 , 0 , 200 – 500 МПа. Расчет

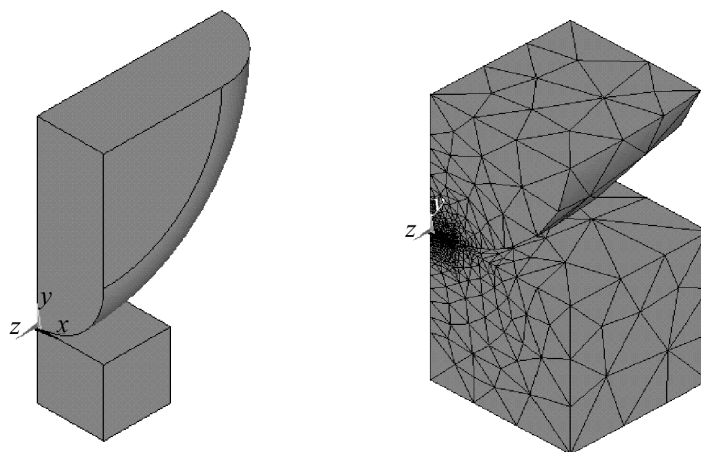


Рис. 1. Расчетная схема и конечноэлементное разбиение системы индентор/упругое полупространство

проводился для четверти исходной модели с учетом условий симметрии. Погрешность результатов конечноэлементного моделирования оценивалась с помощью формулы [5]

$$\epsilon_{yy} = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{yy}^A}{\sigma_{yy,max}^A}.$$

Средняя величина погрешности вдоль оси y составила $4.050 \cdot 10^{-3}$, а максимальная — $1.744 \cdot 10^{-2}$, что говорит о хорошей точности конечноэлементного моделирования.

Наличие неконтактной нагрузки обуславливает значительное изменение напряженно-деформированного состояния окрестности контакта, рассчитанного в соответствии с (4). На рис. 2 показаны особенности изменения перемещений и нормальных напряжений вдоль вертикальной оси y , проходящей через центр контакта. Из рисунка видно, что область контакта за счет поперечной утяжки опускается при действии растягивающих неконтактных напряжений и поднимается при действии сжимающих. Также отчетливо видно изменение напряжений σ_{xx} , что объясняется приложением неконтактной нагрузки вдоль оси x . При этом в кубе сжимающие напряжения σ_{xx} изменяются в соответствии с (1), а в инденторе напряжения $\sigma_{xx}^{(c)}$ определяются только контактным взаимодействием.

Анализ повреждаемости системы проводился на основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом для нижней границы рассеивания предела выносливости при контактной усталости, характеризуемой в соответствии с (1) величиной $p_f = 888$ МПа.

Для реализации расчета опасных объемов была создана программа с помощью встроенного в ANSYS языка APDL. Принцип работы программы заключается в следующем [6]. После проведения расчета для i -го конечного элемента имеются значения средних напряжений и деформаций. Эти значения переносятся в массив, который используется в дальнейших вычислениях значений поврежденности, как отношений действующих и предельных напряжений в соответствии с (2):

$$\psi^i = \sigma_{int}^i / p_f.$$

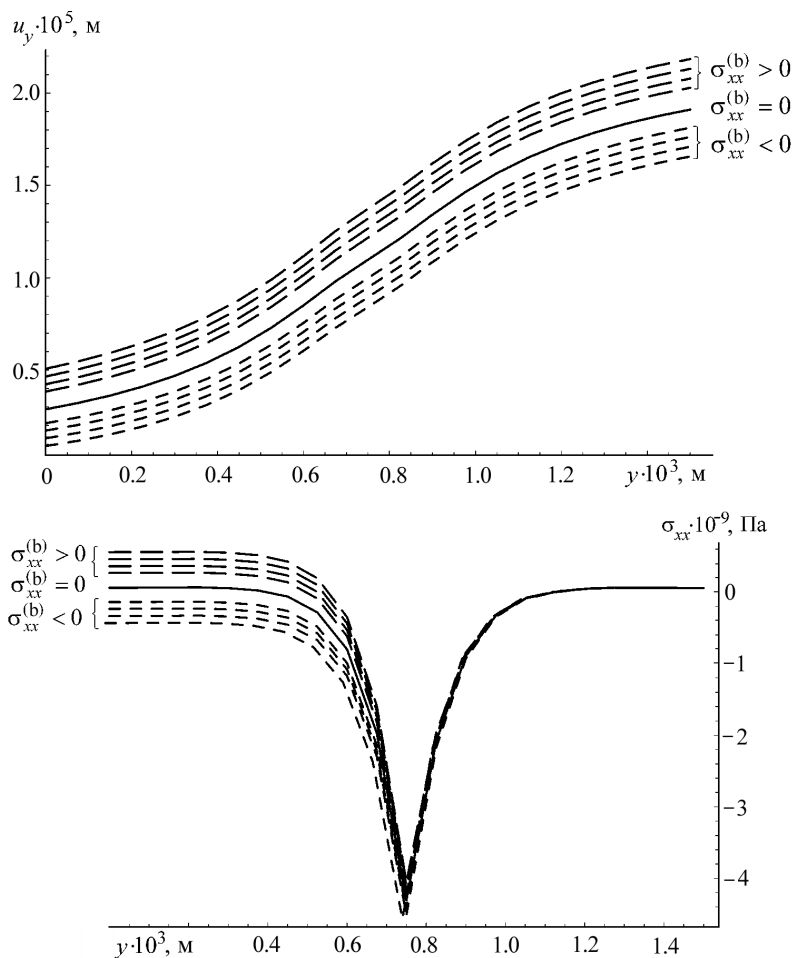


Рис. 2. Изменение перемещений u_y и напряжений σ_{xx} под действием неконтактной нагрузки

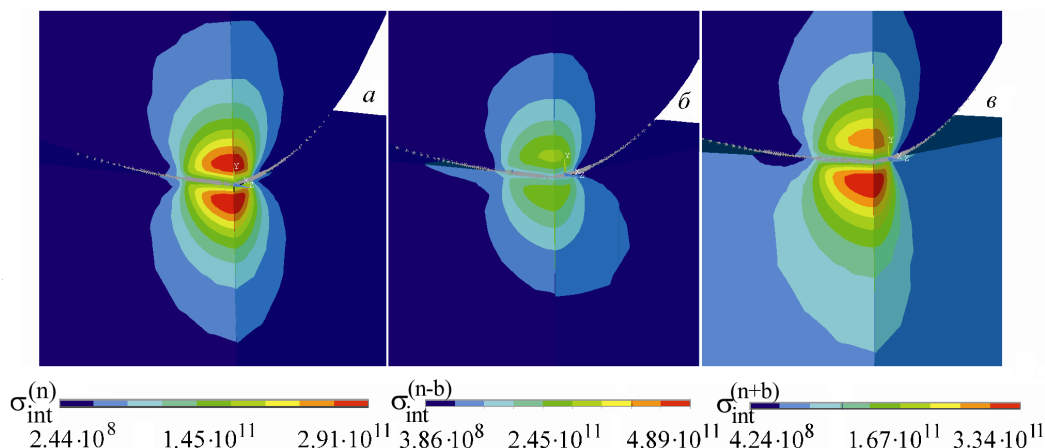


Рис. 3. Интенсивность напряжений в случае контактного взаимодействия при отсутствии неконтактной нагрузки (а) и при нагрузках $\sigma_{xx}^{(b)} = -500$ МПа (б) и $\sigma_{xx}^{(b)} = 500$ МПа (в)

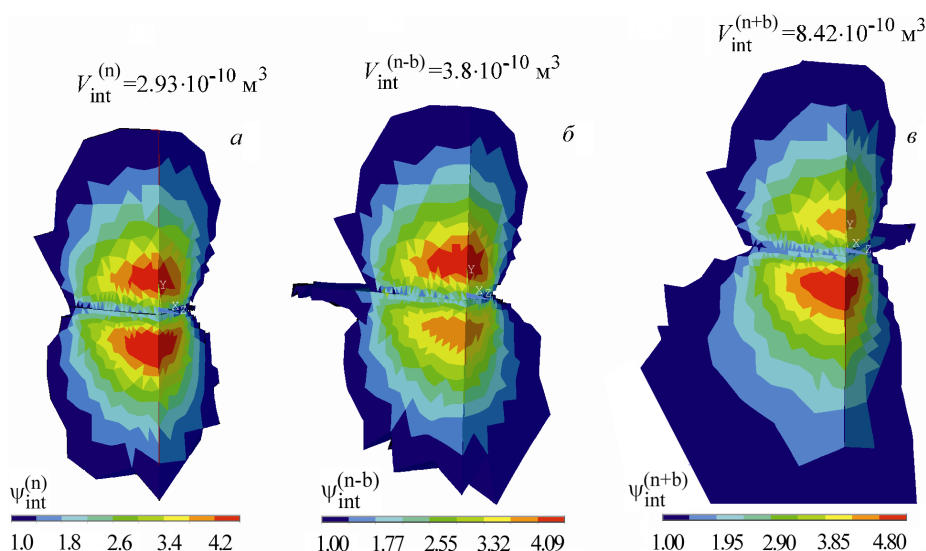


Рис. 4. Опасные объемы и характеристики локальной повреждаемости при отсутствии неконтактной нагрузки (а) и при нагрузках $\sigma_{xx}^{(b)} = -500$ МПа (б) и $\sigma_{xx}^{(b)} = 500$ МПа (в)

Величины объемов элементов, для которых выполняется условие

$$\psi^i \geq 1 ,$$

суммируются для получения значения опасного объема V_{int} для всей расчетной модели. После выполнения программы была получена визуализация четвертей опасных объемов с распределениями повреждений в контактирующих телах.

Анализ распределения интенсивности напряжений (рис. 3) и соответствующих повреждений индентора и полупространства (рис. 4) показывает, что рассчитанный в соответствии с (3) опасный объем $V_{int}^{(n\pm b)}$ и повреждение $\psi_{int}^{(n\pm b)}$ при действии неконтактной нагрузки увеличиваются по сравнению с $V_{int}^{(n)}$ и $\psi_{int}^{(n)}$ при чисто контактном взаимодействии как при сжатии, так и при растяжении вследствие действия неконтактной силы. При этом

$$V_{int}^{(n)} \leq V_{int}^{(n-b)} \leq V_{int}^{(n+b)} .$$

Заключение. Выбор предельного критерия повреждаемости твердых тел в окрестности их контактного взаимодействия и эквивалентных напряжений зависит от вида взаимодействия: для трения скольжения, при котором имеют место большие касательные напряжения на поверхности взаимодействующих тел, имеет смысл оценивать повреждаемость этих тел по V_1 или по компонентному опасному объему в направлении трения.

В случае трения качения, когда коэффициент трения весьма мал и зона интенсивного трещинообразования находится под поверхностью тел, более эффективной может быть оценка их повреждаемости именно по V_{int} .

Обозначения

a и b — большая и меньшая полуоси эллипса контакта; E_1 и E_2 — модули Юнга; F_N — контактная нагрузка; $F_{*\text{lim}}$ — предельная нагрузка; p_f — предел выносливости при контактной усталости; R_{ij} — главные радиусы кривизны системы индентор/упругое полупространство; dV — элементарный объем нагруженного тела; V_k — рабочий объем тела; V_{int} — опасный объем тела; ν — коэффициент Пуассона; ε_{yy} — погрешность результатов конечноэлементного моделирования; ε_{ij} и σ_{ij} — тензоры деформации и напряжения; σ_{yy} — напряжение, рассчитанное методом конечных элементов; φ_{ij} — тензор механического параметра; $\varphi_{ij}^{(\pm*\text{lim})}$ — тензор механического параметра при действии предельной нагрузки; $\varphi_1^{(*\text{lim})}$ — предельное главное значение тензора $\varphi_{ij}^{(\pm*\text{lim})}$; $\varphi_{\text{int}}^{(*\text{lim})}$ — предельная интенсивность тензора $\varphi_{ij}^{(\pm*\text{lim})}$; ψ_{ij} , ψ_i и ψ_{int} — компонентное, главное и октаэдрическое относительные повреждающие напряжения. Индексы: i и j — принимают значения x , y и z для обозначения соответствующих компонент тензора напряжений; n — нормальное значение параметра; τ — касательное значение параметра; m — принимает значения n или τ ; c — значение параметра при чисто контактном взаимодействии; b — значение параметра при неконтактном растяжении–сжатии; $(n - b)$ — параметры при напряжениях, обусловленных контактным взаимодействием и неконтактным сжатием; $(n + b)$ — параметры при напряжениях, обусловленных контактным взаимодействием и неконтактным растяжением; $(n \pm b)$ — параметры при напряжениях, обусловленных контактным взаимодействием и неконтактным растяжением или сжатием; \max — максимальный; \lim — предельный; l — главное значение параметра.

Литература

1. Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. Гомель: БелГУТ, 2007.
2. Журавков М. А., Щербаков С. С. Анализ поврежденности силовой системы с помощью модели деформируемого твердого тела с опасным объемом // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2010. № 4. С. 40–43.
3. Щербаков С. С. Контактная задача. Анализ опасных объемов // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових прац. 2009. Вип. 13. С. 279–285.
4. Щербаков С. С. Напряженно-деформированное состояние системы диск–цилиндр в условиях контактного взаимодействия и изгиба цилиндра // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2010. № 3. С. 29–34.
5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989.
6. Павловский И. Н., Щербаков С. С. Компьютерное моделирование поврежденности трибофатической системы с помощью модели деформируемого твердого тела с опасным объемом // Тр. VI Междунар. симпоз. по трибофатике, 25 октября–1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь). Минск: БГУ, 2010. Т. 2. С. 393–398.